

Problemas Propostos

- 1) A Figura 1.29 apresenta o losango EFGH inscrito no retângulo ABCD, sendo O o ponto de interseção das diagonais desse losango. Decidir se é verdadeira ou falsa cada uma das seguintes afirmações:

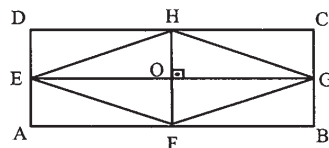


Figura 1.29

- | | | |
|--|--|--|
| a) $\overrightarrow{EO} = \overrightarrow{OG}$ | f) $\overrightarrow{H} - \overrightarrow{E} = \overrightarrow{O} - \overrightarrow{C}$ | k) $\overrightarrow{AO} \parallel \overrightarrow{OC}$ |
| b) $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{CH}$ | g) $ \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD} $ | l) $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{OH}$ |
| c) $\overrightarrow{DO} = \overrightarrow{HG}$ | h) $ \overrightarrow{OA} = \frac{1}{2} \overrightarrow{DB} $ | m) $\overrightarrow{EO} \perp \overrightarrow{CB}$ |
| d) $ \overrightarrow{C} - \overrightarrow{O} = \overrightarrow{O} - \overrightarrow{B} $ | i) $\overrightarrow{AF} \parallel \overrightarrow{CD}$ | n) $\overrightarrow{AO} \perp \overrightarrow{HF}$ |
| e) $ \overrightarrow{H} - \overrightarrow{O} = \overrightarrow{H} - \overrightarrow{D} $ | j) $\overrightarrow{GF} \parallel \overrightarrow{HG}$ | o) $\overrightarrow{OB} = -\overrightarrow{FE}$ |

- 2) Decidir se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações:

- Se $\vec{u} = \vec{v}$, então $|\vec{u}| = |\vec{v}|$.
- Se $|\vec{u}| = |\vec{v}|$, então $\vec{u} = \vec{v}$.
- Se $\vec{u} \parallel \vec{v}$, então $\vec{u} = \vec{v}$.
- Se $\vec{u} = \vec{v}$, então $\vec{u} \parallel \vec{v}$.
- Se $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$, então $|\vec{w}| = |\vec{u}| + |\vec{v}|$.
- $|\vec{w}| = |\vec{u}| + |\vec{v}|$, então $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$ são paralelos.
- Se $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$, então ABCD (vértices nesta ordem) é paralelogramo.
- $|\vec{v}| = |\vec{5v}| = 5|\vec{v}|$.
- Os vetores $3\vec{v}$ e $-4\vec{v}$ são paralelos e de mesmo sentido.
- Se $\vec{u} \parallel \vec{v}$, $|\vec{u}| = 2$ e $|\vec{v}| = 4$, então $\vec{v} = 2\vec{u}$ ou $\vec{v} = -2\vec{u}$.
- Se $|\vec{v}| = 3$, o versor de $-10\vec{v}$ é $-\frac{\vec{v}}{3}$.

- 3) Com base na Figura 1.29, determinar os vetores abaixo, expressando-os com origem no ponto A:

- | | | |
|--|---|--|
| a) $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CH}$ | e) $\overrightarrow{EO} + \overrightarrow{BG}$ | i) $\overrightarrow{OG} - \overrightarrow{HO}$ |
| b) $\overrightarrow{EH} + \overrightarrow{FG}$ | f) $2\overrightarrow{OE} + 2\overrightarrow{OC}$ | j) $\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{FO} + \overrightarrow{AO}$ |
| c) $2\overrightarrow{AE} + 2\overrightarrow{AF}$ | g) $\frac{1}{2}\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EH}$ | |
| d) $\overrightarrow{EH} + \overrightarrow{EF}$ | h) $\overrightarrow{FE} + \overrightarrow{FG}$ | |

- 4) O paralelogramo ABCD (Figura 1.30) é determinado pelos vetores $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{AD}$, sendo M e N pontos médios dos lados DC e AB, respectivamente. Determinar:

- | | |
|--|---|
| a) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}$ | d) $\overrightarrow{AN} + \overrightarrow{BC}$ |
| b) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA}$ | e) $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MB}$ |
| c) $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}$ | f) $\overrightarrow{BM} - \frac{1}{2}\overrightarrow{DC}$ |

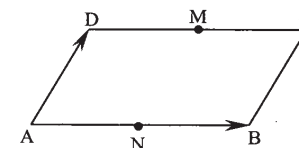
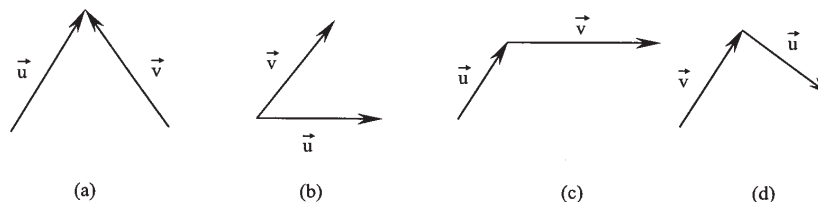
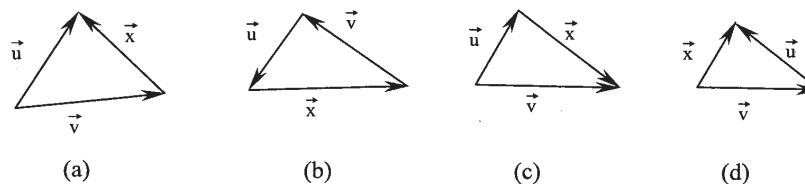


Figura 1.30

- 5) Apresentar, graficamente, um representante do vetor $\vec{u} - \vec{v}$ nos casos:



- 6) Determinar o vetor $\vec{x}$ nas figuras:



- 7) Dados três pontos A, B e C não-colineares, como na Figura 1.31, representar o vetor $\vec{x}$ nos casos:

- | | |
|--|--|
| a) $\vec{x} = \overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{BC}$ | c) $\vec{x} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{BC}$ |
| b) $\vec{x} = 2\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{BA}$ | d) $\vec{x} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{CB}$ |

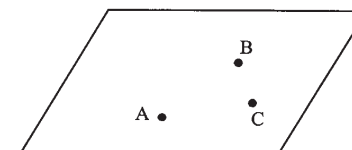


Figura 1.31

- 8) Dados os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ da Figura 1.32, mostrar, em um gráfico, um representante do vetor

- a) $\vec{u} - \vec{v}$
 b) $\vec{v} - \vec{u}$
 c) $-\vec{v} - 2\vec{u}$
 d) $2\vec{u} - 3\vec{v}$

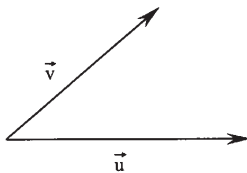


Figura 1.32

- 9) No triângulo ABC (Figura 1.33), seja $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ e $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$. Construir um representante de cada um dos vetores

- a) $\frac{\vec{a} + \vec{b}}{2}$ d) $\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$
 b) $\frac{\vec{a} - \vec{b}}{2}$ e) $2\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$
 c) $\frac{\vec{b} - \vec{a}}{2}$ f) $\frac{1}{3}\vec{a} - 2\vec{b}$

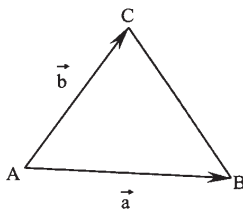


Figura 1.33

- 10) Dados os vetores $\vec{a}$, $\vec{b}$ e $\vec{c}$ (Figura 1.34), apresentar, graficamente, um representante do vetor $\vec{x}$ tal que

- a) $\vec{x} = 4\vec{a} - 2\vec{b} - \vec{c}$
 b) $(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}) + \vec{x} = \vec{0}$
 c) $\vec{a} + \vec{c} + \vec{x} = 2\vec{b}$

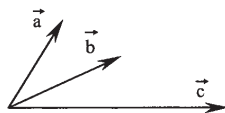


Figura 1.34

- 11) Na Figura 1.35 estão representados os vetores coplanares $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$. Indicar, na própria figura, os vetores

- a) $a\vec{v}$ e $b\vec{w}$ tal que $\vec{u} = a\vec{v} + b\vec{w}$
 b) $\alpha\vec{u}$ e $\beta\vec{w}$ tal que $\vec{v} = \alpha\vec{u} + \beta\vec{w}$

Teria sido possível realizar este exercício no caso de os vetores $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$ serem não-coplanares?

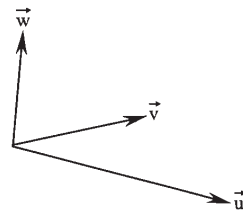


Figura 1.35

- 12) Sabendo que o ângulo entre os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ é de 60° , determinar o ângulo formado pelos vetores

- a) $\vec{u}$ e $-\vec{v}$ b) $-\vec{u}$ e $2\vec{v}$ c) $-\vec{u}$ e $-\vec{v}$ d) $3\vec{u}$ e $5\vec{v}$

- 13) Dados os vetores coplanares $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$ representados na Figura 1.36, determinar

- a) um representante do vetor $\vec{x} + \vec{y}$, sendo

$$\vec{x} = \vec{u} + 2\vec{v} \text{ e } \vec{y} = \vec{v} - 2\vec{u};$$

- b) o ângulo entre os vetores $-3\vec{v}$ e $\vec{w}$;
 c) o ângulo entre os vetores $-2\vec{u}$ e $-\vec{w}$.

- 14) Demonstrar que os pontos médios dos lados de um quadrilátero qualquer são vértices de um paralelogramo.

- 15) Demonstrar que o segmento de extremos nos pontos médios dos lados não-paralelos de um trapézio é paralelo às bases e igual à sua semi-soma.

- 16) No triângulo ABC (Figura 1.37), tem-se $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ e $\overrightarrow{BN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$. Expressar os vetores $\overrightarrow{AM}$ e $\overrightarrow{AN}$ em função de $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{AC}$.

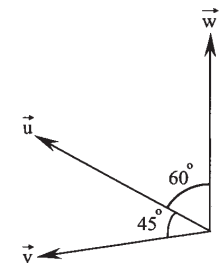


Figura 1.36

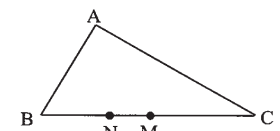


Figura 1.37

Respostas de Problemas Propostos

- | | | | |
|--|--------------------------|---|--------------------------|
| 1) a) V | e) F | i) V | m) V |
| b) F | f) F | j) F | n) F |
| c) V | g) V | k) V | o) V |
| d) V | h) V | l) V | |
| 2) a) V | d) V | g) F | j) V |
| b) F | e) F | h) V | k) V |
| c) F | f) F | i) F | |
| 3) a) $\overrightarrow{AE}$ | d) $\overrightarrow{AB}$ | g) $\overrightarrow{AH}$; | j) $\overrightarrow{AC}$ |
| b) $\overrightarrow{AC}$ | e) $\overrightarrow{AO}$ | h) $\overrightarrow{AD}$ | |
| c) $\overrightarrow{AC}$ | f) $\overrightarrow{AD}$ | i) $\overrightarrow{AO}$ | |
| 4) a) $\overrightarrow{AC}$ | c) $\overrightarrow{AB}$ | e) $\overrightarrow{MN}$ | |
| b) $\overrightarrow{CA}$ | d) $\overrightarrow{AM}$ | f) $\overrightarrow{BD}$ | |
| 6) a) $\vec{u} - \vec{v}$ | b) $-\vec{u} - \vec{v}$ | c) $\vec{v} - \vec{u}$ | d) $\vec{u} + \vec{v}$ |
| 11) Não | | | |
| 12) a) 120° | b) 120° | c) 60° | d) 60° |
| 13) b) 75° | c) 60° | | |
| 16) $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$ | e | $\overrightarrow{AN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ | |