

Exercícios selecionados:

1, 3, 7, 9, 13, 15, 17, 18, 19, 23, 24, 29

2.6 Exercícios

1. Explique com suas palavras o significado de cada um dos itens a seguir.

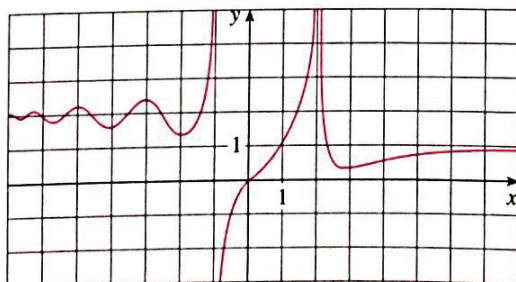
(a) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 5$ (b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3$

2. (a) O gráfico de $y = f(x)$ pode interceptar uma assíntota vertical? E uma assíntota horizontal? Ilustre com gráficos.

(b) Quantas assíntotas horizontais pode ter o gráfico de $y = f(x)$? Ilustre com gráficos as possibilidades.

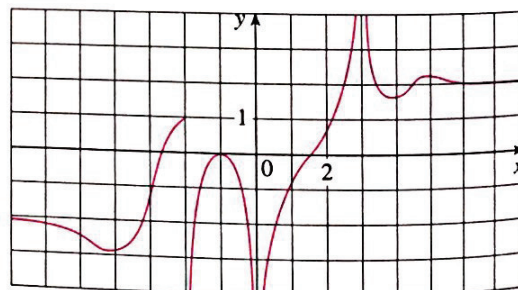
3. Para a função f , cujo gráfico é dado, diga quem são.

(a) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ (b) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$
 (c) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ (d) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$
 (e) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ (f) As equações das assíntotas



4. Para a função g , cujo gráfico é dado, determine o que se pede.

(a) $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x)$ (b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$
 (c) $\lim_{x \rightarrow 3} g(x)$ (d) $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$
 (e) $\lim_{x \rightarrow -2^+} g(x)$ (f) As equações das assíntotas



- 5-10 Esboce o gráfico de um exemplo de uma função f que satisfaça a todas as condições dadas.

5. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 5$, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -5$
 6. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \infty$, $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \infty$, $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = -\infty$,
 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$, $f(0) = 0$

$$7. \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0, \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \infty, \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$$

$$8. \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 3, \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \infty, \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -\infty, \quad f \text{ é ímpar}$$

$$9. f(0) = 3, \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 4, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 2, \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = \infty, \\ \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 3$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2, \quad f(0) = 0, \quad f \text{ é par}$$

11. Faça uma conjectura sobre o valor do limite

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{2^x}$$

calculando a função $f(x) = x^2/2^x$ para $x = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 20, 50$ e 100 . Então, use o gráfico de f para comprovar sua conjectura.

12. (a) Use o gráfico de

$$f(x) = \left(1 - \frac{2}{x}\right)^x$$

para estimar o valor de $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ com precisão de duas casas decimais.

(b) Use uma tabela de valores de $f(x)$ para estimar o limite com precisão de quatro casas decimais.

13–14 Calcule o limite justificando cada passagem com as propriedades dos limites que forem usadas.

$$13. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - x + 4}{2x^2 + 5x - 8}$$

$$14. \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{12x^3 - 5x + 2}{1 + 4x^2 + 3x^3}}$$

15–38 Encontre o limite ou demonstre que não existe.

$$15. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{2x + 3}$$

$$16. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x + 5}{x - 4}$$

$$17. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - x - x^2}{2x^2 - 7}$$

$$18. \lim_{y \rightarrow \infty} \frac{2 - 3y^2}{5y^2 + 4y}$$

$$19. \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{t} + t^2}{2t - t^2}$$

$$20. \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{t - t\sqrt{t}}{2t^{3/2} + 3t - 5}$$

$$21. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x^2 + 1)^2}{(x - 1)^2(x^2 + x)}$$

$$22. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{\sqrt{x^4 + 1}}$$

$$23. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9x^6 - x}}{x^3 + 1}$$

$$24. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9x^6 - x}}{x^3 + 1}$$

$$25. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{9x^2 + x} - 3x)$$

$$26. \lim_{x \rightarrow \infty} (x + \sqrt{x^2 + 2x})$$

$$27. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + ax} - \sqrt{x^2 + bx}) \quad 28. \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + 1}$$

$$29. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 - 3x^2 + x}{x^3 - x + 2}$$

$$30. \lim_{x \rightarrow \infty} (e^{-x} + 2 \cos 3x)$$

$$31. \lim_{x \rightarrow \infty} (x^4 + x^5)$$

$$32. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + x^6}{x^4 + 1}$$

$$33. \lim_{x \rightarrow \infty} \arctg(e^x)$$

$$34. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{3x} - e^{-3x}}{e^{3x} + e^{-3x}}$$

$$35. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - e^x}{1 + 2e^x}$$

$$36. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin^2 x}{x^2 + 1}$$

$$37. \lim_{x \rightarrow \infty} (e^{-2x} \cos x)$$

$$38. \lim_{x \rightarrow 0^+} \lg^{-1}(\ln x)$$

39. (a) Estime o valor de

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} + x)$$

traçando o gráfico da função $f(x) = \sqrt{x^2 + x + 1} + x$

(b) Faça uma tabela de valores de $f(x)$ para estimar qual será o valor do limite.

(c) Demonstre que sua conjectura está correta.

40. (a) Use um gráfico de

$$f(x) = \sqrt{3x^2 + 8x + 6} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

para estimar o valor de $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ com precisão de uma casa decimal.

(b) Use uma tabela de valores de $f(x)$ para estimar o limite com precisão de quatro casas decimais.

(c) Encontre o valor exato do limite.

41–46 Encontre as assíntotas horizontais e verticais de cada curva. Confira seu trabalho por meio de um gráfico da curva e das estimativas das assíntotas.

$$41. y = \frac{2x + 1}{x - 2}$$

$$42. y = \frac{x^2 + 1}{2x^2 - 3x - 2}$$

$$43. y = \frac{2x^2 + x - 1}{x^2 + x - 2}$$

$$44. y = \frac{1 + x^4}{x^2 - x^4}$$

$$45. y = \frac{x^3 - x}{x^2 - 6x + 5}$$

$$46. y = \frac{2e^x}{e^x - 5}$$

47. Estime a assíntota horizontal da função

$$f(x) = \frac{3x^3 + 500x^2}{x^3 + 500x^2 + 100x + 2000}$$

através do gráfico f para $-10 \leq x \leq 10$. A seguir, determine a equação da assíntota calculando o limite. Como você explica a discrepância?

48. (a) Trace o gráfico da função

$$f(x) = \frac{\sqrt{2x^2 + 1}}{3x - 5}$$

Quantas assíntotas horizontais e verticais você observa? Use o gráfico para estimar os valores dos limites

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x^2 + 1}}{3x - 5} \quad \text{e} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{2x^2 + 1}}{3x - 5}$$

(b) Calculando valores de $f(x)$, dê estimativas numéricas dos limites na parte (a).

(c) Calcule os valores exatos dos limites na parte (a). Você obtém os mesmos valores ou valores diferentes para estes limites? [Em vista de sua resposta na parte (a), você pode ter de verificar seus cálculos para o segundo limite.]

49. Encontre uma fórmula para uma função f que satisfaça as seguintes condições:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0 \quad \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty \quad f(2) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \infty \quad \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = -\infty$$