Exercícios selecionados:

3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 19, 23, 25, 33, 34

3.1 Exercícios

1. (a) Como é definido o número e?

(b) Use uma calculadora para estimar os valores dos limites

$$\lim_{h \to 0} \frac{2{,}7^h - 1}{h} \quad \text{e} \quad \lim_{h \to 0} \frac{2{,}8^h - 1}{h}$$

com precisão até a segunda casa decimal. O que você pode concluir sobre o valor de e?

2. (a) Esboce, à mão, o gráfico da função $f(x) = e^x$, prestando particular atenção em como o gráfico cruza o eixo y. Que fato lhe permite fazer isso?

(b) Que tipos de funções são $f(x) = e^x$ e $g(x) = x^e$? Compare as fórmulas de derivação para f e g.

(c) Qual das funções da parte (b) cresce mais rapidamente quando x é grande?

3–32 Derive a função.

3. $f(x) = 186{,}5$

4. $f(x) = \sqrt{30}$

5. $f(x) = 5x - 1$

6. $F(x) = -4x^{10}$

7. $f(x) = x^3 - 4x + 6$

8. $f(t) = 1{,}4t^5 - 2{,}5t^2 + 6{,}7$

9. $g(x) = x^2(1 - 2x)$

10. $h(x) = (x - 2)(2x + 3)$

11. $y = x^{-2/5}$

12. $B(y) = cy^{-6}$

13. $A(s) = -\dfrac{12}{s^5}$

14. $y = x^{5/3} - x^{2/3}$

15. $R(a) = (3a + 1)^2$

16. $h(t) = \sqrt[4]{t} - 4e^t$

17. $S(p) = \sqrt{p} - p$

18. $y = \sqrt{x}\,(x - 1)$

19. $y = 3e^x + \dfrac{4}{\sqrt[3]{x}}$

20. $S(R) = 4\pi R^2$

21. $h(u) = Au^3 + Bu^2 + Cu$

22. $y = \dfrac{\sqrt{x} + x}{x^2}$

23. $y = \dfrac{x^2 + 4x + 3}{\sqrt{x}}$

24. $g(u) = \sqrt{2}\,u + \sqrt{3u}$

25. $j(x) = x^{2{,}4} + e^{2{,}4}$

26. $k(r) = e^r + r^e$

27. $H(x) = (x + x^{-1})^3$

28. $y = ae^v + \dfrac{b}{v} + \dfrac{c}{v^2}$

29. $u = \sqrt[5]{t} + 4\sqrt{t^5}$

30. $v = \left(\sqrt{x} + \dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^2$

31. $z = \dfrac{A}{y^{10}} + Be^y$

32. $y = e^{x+1} + 1$

33-34 Encontre uma equação da reta tangente à curva no ponto dado.

33. $y = \sqrt[4]{x}$, $(1, 1)$

34. $y = x^4 + 2x^2 - x$, $(1, 2)$

35-36 Encontre equações para a reta tangente e para a reta normal à curva no ponto dado.

35. $y = x^4 + 2e^x$, $(0, 2)$

36. $y = x^2 - x^4$, $(1, 0)$

37-38 Encontre uma equação da reta tangente à curva no ponto dado Ilustre com o gráfico da curva e da reta tangente na mesma tela.

37. $y = 3x^2 - x^3$, $(1, 2)$

38. $y = x - \sqrt{x}$, $(1, 0)$

39-40 Encontre $f'(x)$. Compare os gráficos de f e f' e use-os para explicar por que sua resposta é razoável.

39. $f(x) = x^4 - 2x^3 + x^2$

40. $f(x) = x^5 - 2x^3 + x - 1$

41. (a) Use uma calculadora gráfica ou computador para fazer o gráfico da função $f(x) = x^4 - 3x^3 - 6x^2 + 7x + 30$ na janela retangular $[-3, 5]$ por $[-10, 50]$.
(b) Usando o gráfico da parte (a) para estimar as inclinações, faça um esboço, à mão, do gráfico de f' (veja o Exemplo 7 na Seção 2.8).
(c) Calcule $f'(x)$ e use essa expressão, com uma ferramenta gráfica, para fazer o gráfico de f'. Compare com seu esboço da parte (b).

42. (a) Use uma calculadora gráfica ou computador para fazer o gráfico da função $g(x) = e^x - 3x^2$ na janela retangular $[-1, 4]$ por $[-8, 8]$.
(b) Usando o gráfico da parte (a) para estimar as inclinações, faça um esboço, à mão, do gráfico de g' (veja o Exemplo 7 na Seção 2.8).
(c) Calcule $g'(x)$ e use essa expressão, com uma ferramenta gráfica, para fazer o gráfico de g'. Compare com seu esboço da parte (b).

43-44 Encontre a primeira e a segunda derivadas da função

43. $f(x) = 10x^{10} + 5x^5 - x$

44. $G(r) = \sqrt{r} + \sqrt[3]{r}$

45-46 Encontre a primeira e a segunda derivadas da função. Verifique se suas respostas são razoáveis, comparando os gráficos de f, f' e f''.

45. $f(x) = 2x - 5x^{3/4}$

46. $f(x) = e^x - x^3$

47. A equação de movimento de uma partícula é $s = t^3 - 3t$, em que x está em metros e t, em segundos. Encontre
(a) a velocidade e a aceleração como funções de t,
(b) a aceleração depois de 2 s e
(c) a aceleração quando a velocidade for 0.

48. A equação de movimento de uma partícula é $s = t^4 - 2t^3 + t^2 - t$, em que s está em metros e t, em segundos.
(a) Encontre a velocidade e a aceleração como funções de t.
(b) Encontre a aceleração depois de 1 s.
(c) Trace o gráfico das funções de posição, velocidade e aceleração na mesma tela.

49. A Lei de Boyle diz que, quando uma amostra de gás é comprimida em uma pressão contante, a pressão P do gás é inversamente proporcional ao volume V do gás.
(a) Suponha que a pressão de uma amostra de ar que ocupa $0{,}106\ m^3$ a 25 °C seja de 50 kPa. Escreva V como uma função de P.
(b) Calcule dV/dP quando $P = 50$ kPa. Qual o significado da derivada? Quais são suas unidades?

50. Os pneus de automóveis precisam ser inflados corretamente porque uma pressão interna inadequada pode causar um desgaste prematuro. Os dados na tabela mostram a vida útil do pneu L (em milhares de quilômetros) para um certo tipo de pneu em diversas pressões P (em kPa).

P	179	193	214	242	262	290	311
L	80	106	126	130	119	113	95

(a) Use uma calculadora gráfica ou computador para modelar a vida do pneu como uma função quadrática da pressão.
(b) Use o modelo para estimar dL/dP quando $P = 200$ e quando $P = 300$. Qual o significado da derivada? Quais são suas unidades? Qual é o significado dos sinais das derivadas?

51. Ache os pontos sobre a curva $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$ onde a tangente é horizontal.

52. Que valores de x fazem com que o gráfico de $f(x) = e^x - 2x$ tenha uma reta tangente horizontal?

53. Mostre que a curva $y = 2e^x + 3x + 5x^3$ não tem reta tangente com inclinação 2.

54. Encontre uma equação para a reta tangente à curva $y = x\sqrt{x}$ que seja paralela à reta $y = 1 + 3x$.

55. Encontre equações para ambas as retas que são tangentes à curva $y = 1 + x^3$ e que são paralelas à reta $12x - y = 1$.

56. Em qual ponto sobre a curva $y = 1 + 2e^x - 3x$ a reta tangente é paralela à reta $3x - y = 5$? Ilustre fazendo o gráfico da curva e de ambas as retas.

57. Encontre uma equação para a reta normal à parábola $y = x^2 - 5x + 4$ que seja paralela à reta $x - 3y = 5$.

58. Onde a reta normal à parábola $y = x - x^2$ no ponto $(1, 0)$ intercepta a parábola uma segunda vez? Ilustre com um esboço.

59. Trace um diagrama para mostrar que há duas retas tangentes à parábola $y = x^2$ que passam pelo ponto $(0, -4)$. Encontre as coordenadas dos pontos onde essas retas tangentes interceptam a parábola.

60. (a) Encontre as equações de ambas as retas pelo ponto $(2, -3)$ que são tangentes à parábola $y = x^2 + x$.
(b) Mostre que não existe nenhuma reta que passe pelo ponto $(2, 7)$ e que seja tangente à parábola. A seguir, desenhe um diagrama para ver por quê.

61. Use a definição de derivada para mostrar que, se $f(x) = 1/x$, então $f'(x) = -1/x^2$. (Isso demonstra a Regra da Potência para o caso $n = -1$.)

62. Encontre a n-ésima derivada de cada função calculando algumas das primeiras derivadas e observando o padrão que ocorre.
(a) $f(x) = x^n$
(b) $f(x) = 1/x$