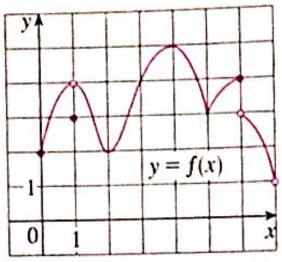
Exercícios selecionados:

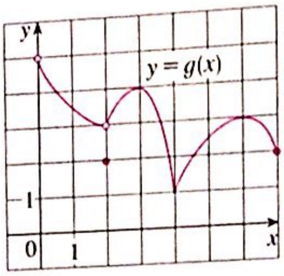
47, 48, 49, 50, 52, 69, 71

5–6 Use o gráfico para dizer quais os valores máximos e mínimos locais e absolutos da função.

5.



6.



7–10 Esboce o gráfico de uma função f que seja contínua em $[1, 5]$ e tenha as propriedades dadas.

7. Máximo absoluto em 3, mínimo absoluto em 2, mínimo local em 4.

8. Máximo absoluto em 5, mínimo absoluto em 1, máximo local em 2 e mínimo local em 4.

9. Máximo absoluto em 5, mínimo absoluto em 2, máximo local em 3 e mínimo local em 2 e 4.

10. f não tem máximos ou mínimos locais, mas 2 e 4 são números críticos.

11. (a) Esboce o gráfico de uma função que tenha um máximo local em 2 e seja derivável em 2.

(b) Esboce o gráfico de uma função que tenha um máximo local em 2 e seja contínua, mas não derivável em 2.

(c) Esboce o gráfico de uma função que tenha um máximo local em 2 e não seja contínua em 2.

12. (a) Esboce o gráfico de uma função em $[-1, 2]$ que tenha máximo absoluto, mas não tenha máximo local.

(b) Esboce o gráfico de uma função em $[-1, 2]$ que tenha um máximo local, mas não tenha máximo absoluto.

13. (a) Esboce o gráfico de uma função em $[-1, 2]$ que tenha um máximo absoluto, mas não tenha mínimo absoluto.

(b) Esboce o gráfico de uma função em $[-1, 2]$ que seja descontínua, mas tenha tanto máximo absoluto como mínimo absoluto.

14. (a) Esboce o gráfico de uma função que tenha dois máximos locais e um mínimo local, mas nenhum mínimo absoluto.

(b) Esboce o gráfico de uma função que tenha três mínimos locais, dois máximos locais e sete números críticos.

15–28 Esboce o gráfico de f à mão e use seu esboço para encontrar os valores máximos e mínimos locais e absolutos de f. (Use os gráficos e as transformações das Seções 1.2 e 1.3.)

15. $f(x) = \frac{1}{2}(3x - 1), \quad x \leqslant 3$

16. $f(x) = 2 - \frac{1}{3}x, \quad x \geqslant -2$

17. $f(x) = 1/x, \quad x \geqslant 1$

18. $f(x) = 1/x, \quad 1 < x < 3$

19. $f(x) = \operatorname{sen} x, \quad 0 \leqslant x < \pi/2$

20. $f(x) = \operatorname{sen} x, \quad 0 < x \leqslant \pi/2$

27. $f(x) = \begin{cases} 1 - x & \text{se } 0 \leqslant x < 2 \\ 2x - 4 & \text{se } 2 \leqslant x \leqslant 3 \end{cases}$

28. $f(x) = \begin{cases} 4 - x^2 & \text{se } -2 \leqslant x < 0 \\ 2x - 1 & \text{se } 0 \leqslant x \leqslant 2 \end{cases}$

29–44 Encontre os números críticos da função.

29. $f(x) = 5x^2 + 4x$

30. $f(x) = x^3 + x^2 - x$

31. $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x$

32. $f(x) = 2x^3 + x^2 + 2x$

33. $g(t) = t^4 + t^3 + t^2 + 1$

34. $g(t) = |3t - 4|$

35. $g(y) = \dfrac{y - 1}{y^2 - y + 1}$

36. $h(p) = \dfrac{p - 1}{p^2 + 4}$

37. $h(t) = t^{3/4} - 2t^{1/4}$

38. $g(x) = x^{1/3} - x^{-2/3}$

39. $F(x) = x^{4/5}(x - 4)^2$

40. $g(\theta) = 4\theta - \operatorname{tg}\theta$

41. $f(\theta) = 2\cos\theta + \operatorname{sen}^2\theta$

42. $h(t) = 3t - \operatorname{arcsen} t$

43. $f(x) = x^2 e^{-3x}$

44. $f(x) = x^{-2}\ln x$

45–46 É dada uma fórmula para a *derivada* de uma função f. Quantos números críticos f tem?

45. $f'(x) = 5e^{-0.1|x|}\operatorname{sen} x - 1$

46. $f'(x) = \dfrac{100\cos^2 x}{10 + x^2} - 1$

47–62 Encontre os valores máximo e mínimo absolutos de f no intervalo dado.

47. $f(x) = 3x^2 - 12x + 5, \quad [0, 3]$

48. $f(x) = x^3 - 3x + 1, \quad [0, 3]$

49. $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1, \quad [-2, 3]$

50. $f(x) = x^3 - 6x^2 + 5, \quad [-3, 5]$

51. $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + 1, \quad [-2, 3]$

52. $f(x) = (x^2 - 1)^3, \quad [-1, 2]$

53. $f(x) = x + \dfrac{1}{x}, \quad [0{,}2; 4]$

54. $f(x) = \dfrac{x}{x^2 - x + 1}, \quad [0, 3]$

55. $f(t) = t\sqrt{4 - t^2}, \quad [-1, 2]$

56. $f(t) = \sqrt[3]{t}(8 - t), \quad [0, 8]$

57. $f(t) = 2\cos t + \operatorname{sen} 2t, \quad [0, \pi/2]$

58. $f(t) = t + \operatorname{cotg}(t/2), \quad [\pi/4, 7\pi/4]$

59. $f(x) = xe^{-x^2/8}, \quad [-1, 4]$

60. $f(x) = x - \ln x, \quad [\frac{1}{2}, 2]$

61. $f(x) = \ln(x^2 + x + 1), \quad [-1, 1]$

63. Se a e b são números positivos, ache o valor máximo de $f(x) = x^a(1-x)^b$, $0 \leqslant x \leqslant 1$.

64. Use um gráfico para estimar os números críticos de $f(x) = |x^3 - 3x^2 + 2|$ com precisão de uma casa decimal.

65-68

(a) Use um gráfico para estimar os valores máximo e mínimo absolutos da função com precisão de duas casas decimais.

(b) Use o cálculo para encontrar os valores máximo e mínimo exatos.

65. $f(x) = x^5 - x^3 + 2, \quad -1 \leqslant x \leqslant 1$

66. $f(x) = e^x + e^{-2x}, \; 0 \leqslant x \leqslant 1$

67. $f(x) = x\sqrt{x - x^2}$

68. $f(x) = x - 2\cos x, \quad -2 \leqslant x \leqslant 0$

69. Entre 0 °C e 30 °C, o volume V (em centímetros cúbicos) de 1 kg de água a uma temperatura T é aproximadamente dado pela fórmula

$$V = 999{,}87 - 0{,}06426T + 0{,}0085043T^2 - 0{,}0000679T^3$$

Encontre a temperatura na qual a água tem sua densidade máxima.

70. Um objeto de massa m é arrastado ao longo de um plano horizontal por uma força agindo ao longo de uma corda atada ao objeto. Se a corda faz um ângulo θ com o plano, então a intensidade da força é

$$F = \frac{\mu m g}{\mu \operatorname{sen} \theta + \cos \theta}$$

onde μ é uma constante positiva chamada *coeficiente de atrito* e onde $0 \leqslant \theta \leqslant \pi/2$. Mostre que F é minimizada quando $\operatorname{tg} \theta = \mu$.

71. Um modelo para o preço médio norte-americano para o açúcar refinado entre 1993 e 2003 é dado pela função

$$S(t) = -0{,}00003237t^5 + 0{,}0009037t^4 - 0{,}008956t^3 + 0{,}03629t^2 - 0{,}04458t + 0{,}4074$$

onde t é medido em anos desde agosto de 1993. Estime os instantes nos quais o açúcar esteve mais barato e mais caro entre 1993 e 2003.

72. Em 7 de maio de 1992, o ônibus espacial *Endeavour* foi lançado na missão STS-49, cujo objetivo era instalar um novo motor de arranque no satélite de comunicação Intelsat. A tabela dá os dados de velocidade para o ônibus espacial entre a partida e a ejeção dos foguetes auxiliares.

Evento	Tempo (s)	Velocidade (m/s)
Lançamento	0	0
Começo da manobra de inclinação	10	56,4
Fim da manobra de inclinação	15	97,2
Regulador de combustível a 89%	20	136,2
Regulador de combustível a 67%	32	226,2
Regulador de combustível a 104%	59	403,9
Pressão dinâmica máxima	62	440,4
Separação do foguete auxiliar	125	1.265,2

(a) Use uma calculadora gráfica ou computador para encontrar o polinômio cúbico que melhor modele a velocidade do ônibus para o intervalo de tempo $t \in [0, 125]$. Faça então o gráfico desse polinômio.

(b) Encontre um modelo para a aceleração do ônibus e use-o para estimar os valores máximo e mínimo da aceleração durante os primeiros 125 segundos.

73. Quando um objeto estranho se aloja na traqueia, forçando uma pessoa a tossir, o diafragma empurra-o para cima, causando um aumento na pressão dos pulmões. Isso é acompanhado por uma contração da traqueia, fazendo um canal mais estreito por onde passa o ar expelido. Para uma dada quantidade de ar escapar em um tempo fixo, é preciso que ele se mova mais rápido através do tubo mais estreito do que no mais largo. Quanto maior for a velocidade da corrente de ar, maior a força sobre o objeto estranho. O uso de raios X mostra que o raio do tubo circular da traqueia se contrai para cerca de 2/3 de seu raio normal durante a tosse. De acordo com o modelo matemático para a tosse, a velocidade v está relacionada ao raio r da traqueia pela equação

$$v(r) = k(r_0 - r)r^2 \qquad \tfrac{1}{2}r_0 \leqslant r \leqslant r_0$$

em que k é uma constante e r_0, o raio normal da traqueia. A restrição sobre r deve-se ao fato de que as paredes da traqueia endurecem sob pressão, evitando uma contração maior que $\frac{1}{2}r_0$ (de outra forma, a pessoa ficaria sufocada).

(a) Determine o valor de r no intervalo $\left[\frac{1}{2}r_0, r_0\right]$ no qual v tenha um máximo absoluto. Como isso se compara com a evidência experimental?

(b) Qual é o valor máximo absoluto de v no intervalo?

(c) Esboce o gráfico de v no intervalo $[0, r_0]$.

74. Mostre que 5 é um número crítico da função

$$g(x) = 2 + (x-5)^3$$

mas g não tem um valor extremo local em 5.

75. Demonstre que a função

$$f(x) = x^{101} + x^{51} + x + 1$$

não tem um local máximo nem um local mínimo.

76. Se f tem um valor mínimo local em c, mostre que a função $g(x) = -f(x)$ tem um valor máximo em c.

77. Demonstre o Teorema de Fermat para o caso em que f tem um mínimo local em c.

78. Uma função cúbica é um polinômio de grau 3, isto é, tem a forma $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, onde $a \neq 0$.

(a) Mostre que uma função cúbica pode ter dois, um ou nenhum número(s) crítico(s). Dê exemplos e faça esboços para ilustrar as três possibilidades.

(b) Quantos valores extremos locais uma função cúbica pode ter?